Molet ve

Molet Saplamaları

MUKAVEMET Hesabı

(inceleme)

-II-

Önce, çember parçasının kütlesini hesaplıyalım,

$$m = \frac{\gamma}{g} \pi R A \quad (\text{Şekil } 7) \quad --- (32)$$

m	γ	g	R	A
kg	kgf/m^3	10 m/s^2	m	m^2

m- Çember parçasının kütlesi

γ- Çember malzemesinin özgül ağırlığı

g - Yerçekimi ivmesi

R - Çember yarıçapı

A - Çember kesit alanı.

Diğer taraftan özgül ağırlık, ρ yoğunluk olmak üzere $\gamma = \rho g$ bağıntısı ile hesaplanabilir.

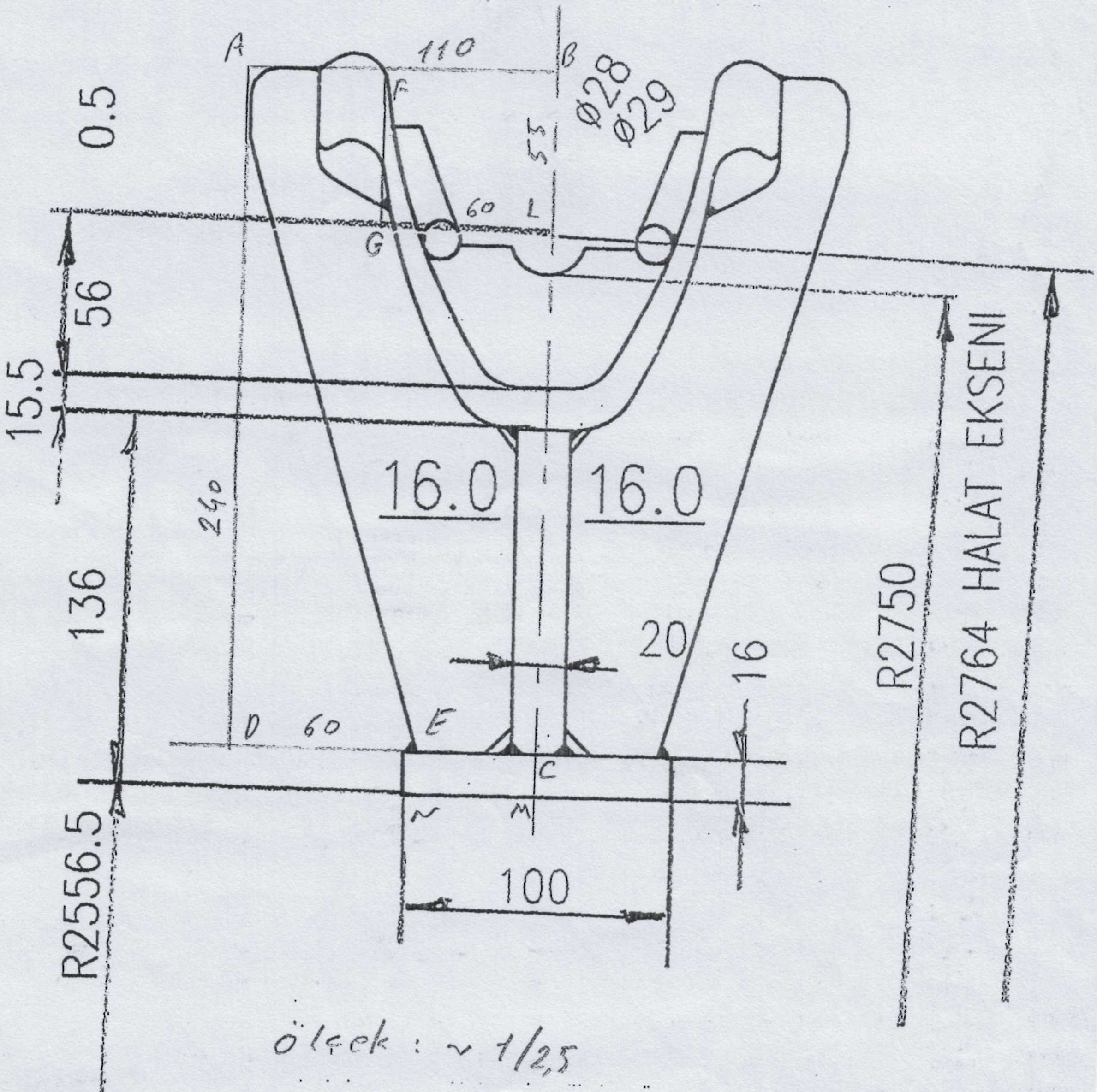
Boyut analizi,

$$[\gamma] = kg/m^3 \cdot 10\ m/s^2 = 10 (kgm/s^2)/m^3$$

$$[\gamma] = 10\ N/m^3 = 1\ kgf/m^3$$

dır.

Şimdi Şekil 9 dan faydalanarak, çember kesit alanını hesaplıyalım.



Şekil 9 – Şekil 7 deki kollu moletin çember kesitidir (yaklaşık).

$$ABCD = 240 \cdot 110 = 26\,400 \text{ mm}^2$$

$$ADE = \frac{1}{2}\, 240 \cdot 60 = 7200 \text{ "}$$

$$FGLB = 60 \cdot 55 = 3300 \text{ "}$$

$$ECMN = 16 \cdot 50 = 800 \text{ "}$$

Boşluklar : $7200 + 3300 = 10\,500 \text{ mm}^2$

Kesit alanı : $26400 - 10500 + 800 = 16700 \text{ mm}^2$

Tam kesit alanı A,

$$A = 2 \cdot 16700 \text{ mm}^2 = 33400 \text{ mm}^2 = 334 \text{ cm}^2$$

(Hesap tam kesin değildir. Önce, verilen büyüklüklere göre bir ölçek çıkarılmış ve gerekli büyüklüklerde bu ölçek kullanılmıştır)

Çember parçasının kütlesi,

$$m = \rho \cdot \pi R \cdot A \quad \text{(Eşitlik 32)}$$

Çelik malzeme için,

$$\rho = 7{,}8 \text{ gr/cm}^3 = 7800 \text{ kg/m}^3$$

alınarak,

$$m = 7800 \text{ kg/m}^3 \cdot \pi \cdot \frac{5{,}5 \text{ m}}{2} \cdot 334 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$m = 2251$ kg.

Çember parçasının ağırlık merkezi,

$$y_G = \frac{2R}{\pi} \quad \text{(Eşitlik 24)}$$

$$y_G = \frac{2 \cdot 5{,}5/2}{\pi}$$

$$y_G = 1{,}75 \text{ m}$$

($R = 5{,}5/2$ m Proje değeridir. Şekil 7)

$m = 2251$ kg çember parçası kütlesini

$y_G = 1{,}75$ m olan ağırlık merkezine koyalım.

Moletin n devrinde, molet çemberini iki parçaya ayırmaya çalışan merkezkaç kuvvet,

$$F_c = m \cdot y_G \cdot \omega^2 \quad \text{(Eşitlik 31)}$$

Halat hızı

$$V_{max} = 18 \text{ m/s}$$

Molet çapı,

$$D = 5{,}5 \text{ m}$$

Proje değeri olarak verildiğine göre

$$V = \frac{\pi D n}{60} \quad \text{(Eşitlik 30)}$$

$$18 = \frac{\pi \cdot 5{,}5 \cdot n}{60}$$

$$\| \; n \cong 62 \; d/d$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 62}{30}$$

$$\| \; \omega = 6,5 \; rád/s$$

$$F_C = 2251 \cdot 1,75 \cdot 6,5^2$$

$$\| \; F_C = 166433 \; N$$

Ağırlık merkezindeki kütlenin çevre (teğet_sel) hızını da hesaplayabiliriz

$$V_G = y_G \cdot \omega \quad \text{(Eşitlik 30)}$$

$$V_G = 1,75 \cdot 6,5$$

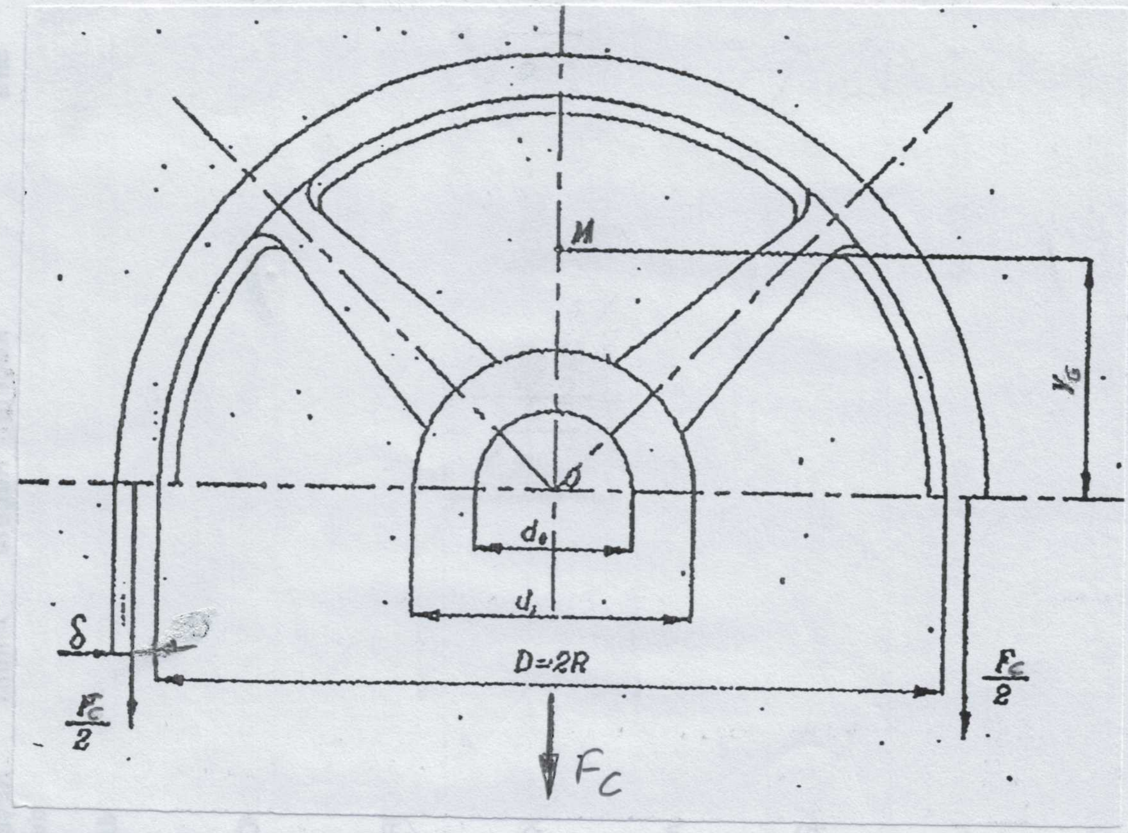
$$\| \; V_G = 11,375 \; m/s$$

Acaba, merkezkaç kuvveti F_C den dolayı çember kesitindeki çekme gerilmesi malzeme bakımından yeterli midir?

Çekme gerilmesi (Şekil 10),

$$\sigma_\varsigma = \frac{F_C}{2A} = \frac{m \cdot y_G \cdot \omega^2}{2A}$$

$$\sigma_\varsigma = \frac{\left(\frac{\gamma}{g} \cdot \pi \cdot R \cdot A\right) \cdot \left(\frac{2R}{\pi}\right) \cdot \omega^2}{2 \cdot A}$$



Şekil 10 - Kollu molet [L2]

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g} R^2 \omega^2$$

$$V_{max.} = R \cdot \omega \quad (\text{Max. halat hızı})$$

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g} R^2 \omega^2 = \frac{\gamma}{g} V_{max.}^2 = \rho \cdot V_{max.}^2 \quad \text{---} \quad (33)$$

σ_t	ρ	V
N/m^2	kg/m^3	m/s

olarak bulunur. Hesaplayalım,

$$\sigma_t = 7\,800 \; kg/m^3 \cdot (18 \; m/s)^2$$

$$\sigma_ç = 2527200 \ N/m^2$$

$$\sigma_ç \cong 25{,}3 \ kgf/cm^2$$

Molet malzemesi : St 52.3

$$\sigma_{AK} = 35 \ kN/cm^2$$

olduğuna göre seçilen malzeme çok emniyetlidir.

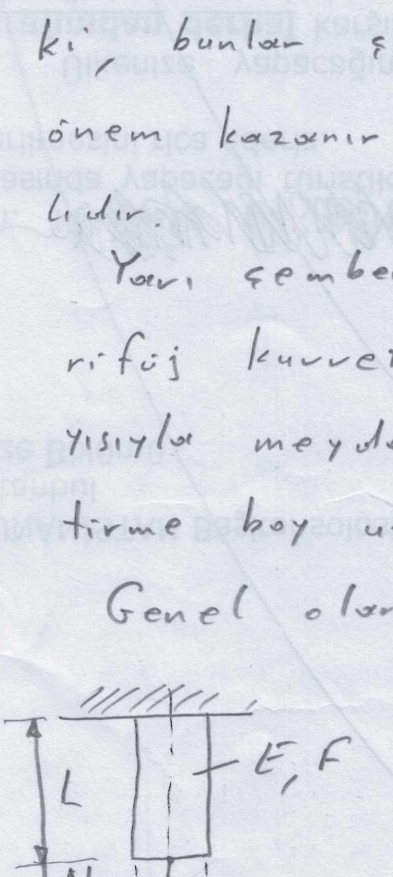
2- Kolların mukavemet kontrolu,

a/ Suat ÇAKMAK hocadan [L2]:

Kolların mukavemet kontroluna gelince, ki bunlar çemberin parçalanmasından daha önem kazanır ve kontrolu mutlaka yapılmalıdır.

Yarı çemberde meydana gelen F_C santrifüj kuvvetin neden olduğu gerilme dolayısıyla meydana gelen elastik şekil değiştirme boy uzaması şeklindedir.

Genel olarak bir çubukta, P kuvveti altındaki uzama miktarı



$$\Delta L = \frac{P \cdot L}{EF} = \sigma \cdot \frac{L}{E}$$

$$\sigma = \Delta L \cdot \frac{E}{L}$$

dir.

Çemberdeki elâstik uzama miktarı $= \lambda_0$,

Çember uzunluğu $= L = 2\pi R$

olduğuna göre,

$$\sigma_ç = \lambda_0 \cdot \frac{E}{2\pi R} \quad ------- (34)$$

şeklinde veya $\sigma_ç$'nin Eşitlik 33 deki

değeri ile,

$$\sigma_ç = \frac{\gamma}{g}\omega^2 R^2 = \lambda_0 \frac{E}{2\pi R} \quad ---- (35)$$

yazılabilir.

λ_0 uzaması ile çember boyu,

$$2\pi R + \lambda_0$$

Çemberin elâstik uzamasından dolayı çapı,

$$\frac{2\pi R + \lambda_0}{\pi}$$

olur ki bu çap büyümesi, kolların radyal doğrultuda δ_k kadar uzamasına neden olur. Bu uzama miktarı,

$$2\delta_k + 2R$$

dır. Çemberin elâstik uzamasından dolayı çapı, kolların uzamasından dolayı çember çapına eşittir. Dolayısıyla kol,

$$\frac{2\pi R + \lambda_0}{\pi} = 2\,\delta_k + 2R$$

$$\frac{\lambda_0}{\pi} = 2\,\delta_k$$

$$\delta_k = \frac{\lambda_0}{2\pi} \qquad (36)$$

kadar radyal doğrultuda uzamış olacaktır.

Buna göre kollarda meydana gelen çekme gerilmesi,

$$\sigma_{ç\,max.} = \delta_k \frac{E}{L_k} \leq \sigma_{çem} \qquad (37)$$

yazılabilir.

L_k - Kol uzunluğu

$L_k \cong 195$ cm (Şekil 7; 15)

E - Elastiklik modülü

$E_{çelik} = 2,1 \cdot 10^5\ N/mm^2 = 2,1 \cdot 10^6\ kgf/cm^2$

Çemberdeki elastik uzama miktarı,

$$\sigma_ç = \lambda_0 \frac{E}{2\pi R} \quad \text{(Eşitlik 34)}$$

$$25,3\ kgf/cm^2 = \lambda_0 \cdot \frac{2,1 \cdot 10^6\ kgf/cm^2}{2\pi \cdot 550\ cm}$$

$$\lambda_0 \cong 4,16 \cdot 10^{-2}\ cm$$

Koldaki radyal doğrultuda uzama,

$$\delta_k = \frac{d_0}{2\pi} \quad (\text{Eşitlik } 36)$$

$$\delta_k = \frac{4{,}16 \cdot 10^{-2}}{2\pi}$$

$$\| \delta_k = 6{,}62 \cdot 10^{-3} \text{ cm.}$$

Koldaki max. çekme gerilmesi,

$$\sigma_{ç\,max.} = \delta_k \frac{E}{L_k} \leq \sigma_{çem} \quad (\text{Eşitlik } 37)$$

$$\sigma_{ç\,max.} = 6{,}62 \cdot 10^{-3} \frac{2{,}1 \cdot 10^{6}}{195}$$

$$\| \sigma_{ç\,max.} \cong 71{,}3 \text{ kgf/cm}^2$$

Malzeme : St 52.3

Akma sınırı : σ_{AK} (= Re) = 3500 kgf/cm²

Kopma mukavemeti : σ_K (= Rm) = 5200 kgf/cm²

Emniyet katsayısı,

$$S = 7$$

ile, $$(\sigma_{em})_{çekme} = \frac{\sigma_{Ak}}{S} \quad (38)$$

$$\sigma_{em.çek.} = \frac{3500}{7}$$

$$\sigma_{em.çek.} = 500 \; kgf/cm^2$$

$$\sigma_{ç\,max}\,(=71{,}3\,kgf/cm^2) < \sigma_{çem.}\,(=500\;kgf/cm^2)$$

Uygundur.

Sonuç: F_C merkezkaç kuvvetten dolayı,

- çemberdeki elastik uzama miktarı

$$\lambda_0 = 4{,}16 \cdot 10^{-2}\;cm.$$

- çemberdeki elastik uzamaya karşılık gelen çap büyümesi dolayısıyla kolların radyal doğrultudaki uzama miktarı,

$$\delta_k = 6{,}62 \cdot 10^{-3}\;cm$$

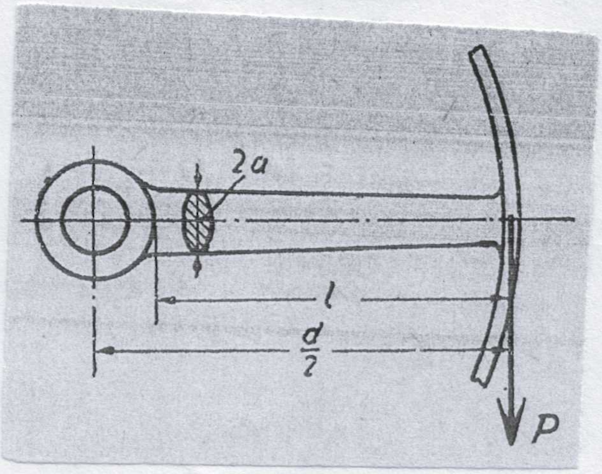
Molette çember kısmının kütlesi kollara göre daha büyük olduğundan santrifüj kuvvetin etkisi radyal doğrultuda çember kısmını kollara göre daha büyük miktarda elastik deformasyonla merkezden uzaklaştırır, bu durumda matematik olarak ikisinin arasında bir aralık olması gerekirse de bu katı cisim olarak mümkün olmaz ve sonuçta kollarla çember kısmı arasında birbirlerini çeken kuvvetler ve gerilmeler doğar. Gerçek elástik deformasyonların bu gerilmelerin hesaplara dahil edilmesi ile bulunması gerekirsede sonuçlara etkisi çok önemli olmadığından yukarıdaki hesaplama şekline dahil edilmemiştir [L2].

b) Hilmi İLERİ hocamdan [L5] :

Örnek 6 :

Çapı $d = 0,4$ m olan bir dökme demir kasnak (Şekil 11) dakikada 60 defa dönerek $N = 12$ beygirlik bir güç nakletmektedir. Kasnağın 4 kolu vardır. Bunların kesiti elips olup elipsin büyük ve küçük eksenleri arasında $a:b = 2:1$ oranı vardır. Dökümün çekmeye emniyet gerilmesi $(\sigma_{em})_{çek.} = 150\ kgf/cm^2$ olduğuna göre, bir kolun göbeğe birleştiği yerdeki eliptik kesitte a ve b değerlerini bulunuz.

Kol, kasnağın, göbeğinde ankastre, çevresinde ise serbest farzedilebilir. Gücün nakli için kasnağa tatbiki gereken



Şekil 11- Kollu dökme demir kasnak [L 5].

P çevre kuvvetini, yalnız bir kolun taşıdığını kabul edeceğiz. Bu takdirde kol, bir ucunda P kuvveti sarkan, diğer ucu ankastre bir konsol kiriş durumundadır. Bu kirişte en büyük moment, göbek ucundaki P.L momentidir. Göbek boyutları verilmediğinden,

$$P.L \cong P.\frac{d}{2} = M_d$$

farzedebiliriz.

M_d- Döndürme (burulma) momenti

$$M_d = 71620 \frac{N}{n} \qquad (39)$$

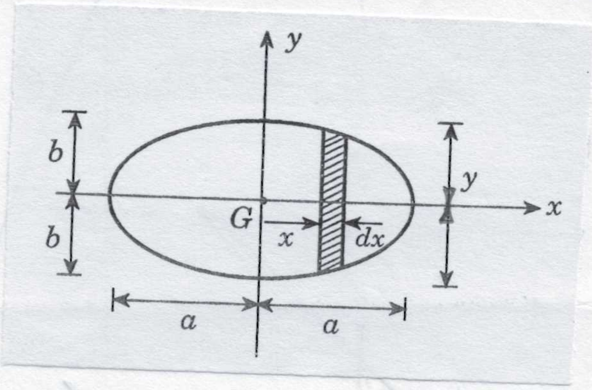
$$\frac{M_d}{kpf.cm} \Bigg| \frac{N}{BG} \Bigg| \frac{n}{d/d}$$

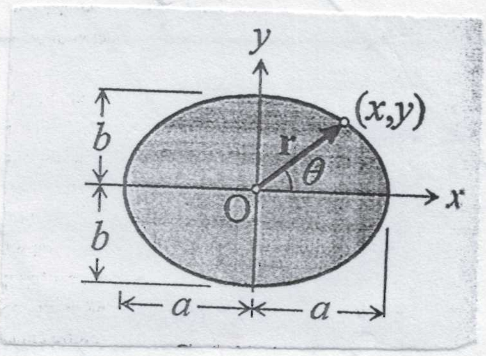
formulünden hesaplanabilir.

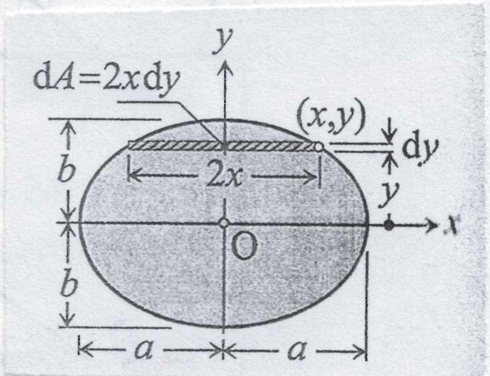
$$M_d = 71620 \frac{12}{60}$$

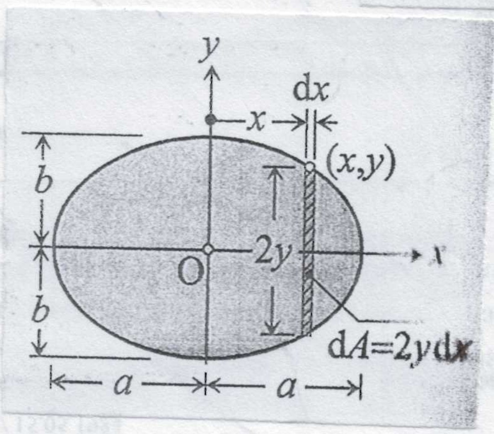
$$M_d = 14324 \text{ kgf.cm}$$

Şimdi, elips kesiti için gerekli olan I_x ve I_y alan eylemsizlik momentlerini hesaplıyalım.









Şekil 12. Eliptik kol kesiti [L10].

(x, y) noktasının koordinatları,

$$x = a \cos\theta$$
$$y = b \sin\theta$$

yazılabilir.

$$dA = 2x \cdot dy = 2a \cos\theta \, (b \cos\theta \, d\theta)$$

$$dA = 2ab \cos^2\theta \, d\theta$$

x eksenine göre eylemsizlik momenti,

$$I_x = \int_A y^2 \cdot dA \qquad (\text{Eşitlik } 1)$$

$$I_x = \int_{-b}^{b} y^2 (2x \cdot dy) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} b^2 \sin^2\theta \, (2a \cos\theta)(b \cos\theta) \, d\theta$$

$$I_x = 2ab^3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2\theta \cdot \cos^2\theta \, d\theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos^2\theta - (1 - \cos^2\theta)$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$$

$$\cos^2\theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta = 1 - \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$I_x = 2\alpha b^3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{4} (1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta)\, d\theta$$

$$I_x = \frac{1}{2}\alpha b^3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \cos^2 2\theta)\, d\theta$$

$$\cos 4\theta = \cos^2 2\theta - \sin^2 2\theta = \cos^2 2\theta - (1 - \cos^2 2\theta)$$

$$\cos 4\theta = 2\cos^2 2\theta - 1$$

$$\cos^2 2\theta = \frac{1 + \cos 4\theta}{2}$$

$$I_x = \frac{1}{2}\alpha b^3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left(1 - \frac{1 + \cos 4\theta}{2}\right) d\theta$$

$$I_x = \frac{1}{4}\alpha b^3 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (1 - \cos 4\theta)\, d\theta$$

$$I_x = \frac{1}{4}\alpha b^3 \left| \theta - \frac{1}{4}\sin 4\theta \right|_{-\pi/2}^{\pi/2}$$

$$I_x = \frac{1}{4}\alpha b^3 \left[\underbrace{\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\sin 2\pi\right)}_{\pi/2} - \underbrace{\left(-\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}\sin(-2\pi)\right)}_{-\pi/2} \right]$$

$$I_x = \frac{1}{4}\pi\alpha b^3 \qquad (40)$$

y eksenine göre eylemsizlik momenti

$$I_y = \int_A x^2\, dA \qquad (\text{Eşitlik } 2)$$

$$I_y\, dA = 2y\, dx$$

$$I_y = \int_{-a}^{a} x^2 (2y\, dx)$$

$$dA = 2b \sin\theta (-a \sin\theta\, d\theta)$$

$$dA = -2ab \sin^2\theta\, d\theta$$

$$I_y = \int_{-\pi}^{-2\pi} a^2 \cos^2\theta (-2ab \sin^2\theta\, d\theta)$$

$$I_y = -2ba^3 \int_{-\pi}^{-2\pi} \sin^2\theta \cos^2\theta\, d\theta$$

I_x hesabında yaptığımız gibi;

$$I_y = -2ba^3 \int_{-\pi}^{-2\pi} \frac{1}{4} (1 - \cos 2\theta)(1 + \cos 2\theta)\, d\theta$$

$$I_y = -\frac{1}{2} ba^3 \int_{-\pi}^{-2\pi} (1 - \cos^2 2\theta)\, d\theta$$

$$I_y = -\frac{1}{2} ba^3 \int_{-\pi}^{-2\pi} \left(\frac{1 - \cos 4\theta}{2}\right) d\theta$$

$$I_y = -\frac{1}{4} ba^3 \left| \theta - \frac{1}{4} \sin 4\theta \right|_{-\pi}^{-2\pi}$$

$$I_y = -\frac{1}{4} b a^3 \left[-2\pi - \frac{1}{4} \sin(-8\pi) - (-\pi) + \frac{1}{4} \sin(-8\pi) \right]$$

$$I_y = -\frac{1}{4} b a^3 \cdot (-\pi)$$

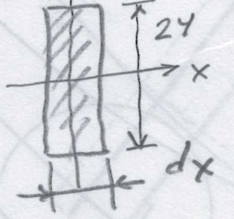
$$I_y = \frac{1}{4} \pi b a^3 \qquad (41)$$

bulunur.

I_x eylemsizlik momentini aşağıda gösteril_ diği gibi de hesaplıyabiliriz.

Verilen elips üzerinde Şekil 12 en üstte görülen taralı olan elemanı $dA = 2y\,dx$ alındığında bu eleman x eksenine göre eylemsizlik momentlerinin toplamı elipsin x eksenine göre I_x eylemsizlik momentini verecektir. Bu durumda,

$$I_x = \underbrace{\int_{-a}^{a} \frac{1}{12} (2y)^3 dx}_{} = \frac{2}{3} \int_{-a}^{a} y^3 dx$$



Dikdörtgen kesitin x eksenine göre eylemsizlik momenti $dx \cdot (2y)^3/12$ dir.

Elips denklemi,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$I_x = \frac{2}{3}\,\frac{b^3}{a^3}\int_{-a}^{a}\left(a^2 - x^2\right)^{3/2} dx$$

$$I_x = 2 \cdot \frac{2}{3}\,\frac{b^3}{a^3}\int_{0}^{a}\left(a^2 - x^2\right)^{3/2} dx$$

$$I_x = \frac{4}{3}\,\frac{b^3}{a^3}\int_{0}^{a}\left(a^2 - x^2\right)^{3/2} dx$$

$x = a \operatorname{Sin}\theta$ degisimi ile

$$I_x = \frac{4}{3}\,\frac{b^3}{a^3}\int_{\theta=0}^{\pi/2}\left(a^2 - a^2 \operatorname{Sin}^2\theta\right)^{3/2} a \operatorname{Cos}\theta \, d\theta$$

$$I_x = \frac{4}{3}\,\frac{b^3}{a^3}\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}\underbrace{\left(a^2 \operatorname{Cos}^2\theta\right)^{3/2}}_{a^3 \operatorname{Cos}^3\theta} \cdot a \operatorname{Cos}\theta \, d\theta$$

$$I_x = \frac{4}{3}\, a b^3 \underbrace{\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Cos}^4\theta \, d\theta}$$

$$I_1 = \int_{0}^{\pi/2} \operatorname{Cos}^4\theta \, d\theta$$

$$I_1 = \int_{0}^{\pi/2} \left(\operatorname{Cos}^2\theta\right)^2 d\theta$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{1}{2} \left(1 + \cos 2\theta \right) \right]^2 d\theta$$

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4} \left(1 + 2 \cos 2\theta + \cos^2 2\theta \right) d\theta$$

$$I_1 = \left| \frac{1}{4}\theta + \frac{1}{4} \sin 2\theta \right|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} \cos^2 2\theta \, d\theta$$

$$I_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{4} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{1 + \cos 4\theta}{2} \right) d\theta$$

$$I_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{8} \left| \theta + \frac{1}{4} \sin 4\theta \right|_0^{\pi/2}$$

$$I_1 = \frac{\pi}{8} + \frac{1}{8} \left(\frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{16}$$

$$I_1 = \frac{3\pi}{16}$$

$$I_x = \frac{4}{3} a b^3 \cdot \frac{3\pi}{16}$$

$$(1) \quad I_x = \frac{1}{4} \pi a b^3$$

aynı sonuç elde edilir