Molet ve

Molet Saplamaları

MUKAVEMET Hesabı

(inceleme)

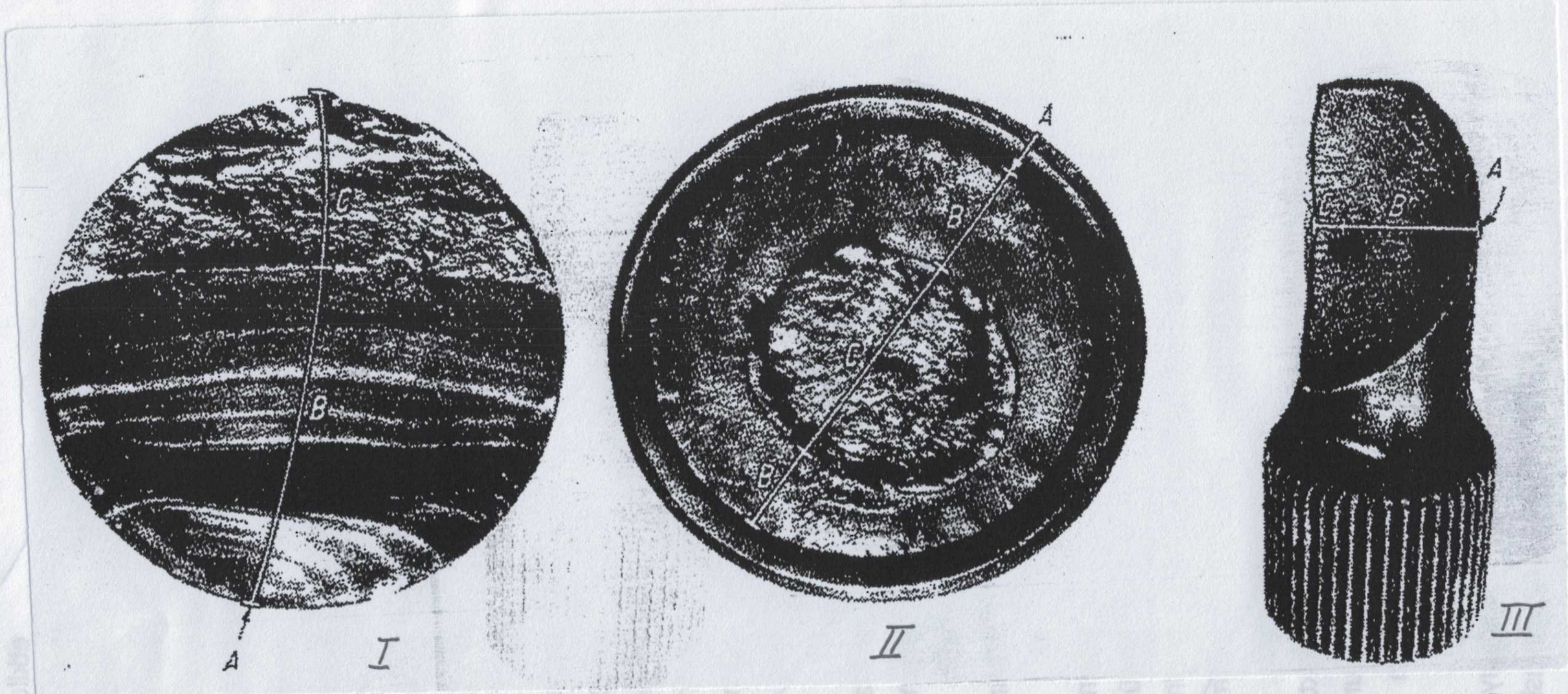
- XIII -

Şekil 57- Demiryolu arabalarında yorulma nedeni ile dingil kırılması [L28].

görülen kesitte yorulma kopmasının bir nokta_dan, alttaki kesitte ise birkaç noktadan başladığı görülmektedir.

• G. Niemann [L19 da L18]:

Şekil 58 de, çeşitli yorulma kırılma yüzeyleri görülmektedir.



Şekil 58 - Yorulma kırılması (kopması) tipleri [L19 da L18]

I - Bir kırıcının eksantrik milindeki ($d = \phi\, 230$ mm) eğilme yorulma kırılması (kopması)

II - Arıtma sistemi boşaltıcı aks'ının çevresel-eğilme yorulma kırılması (kopması). Çok küçük yuvarlatma sonucu.

III - Burulmaya çalışan bir kamalı milde, burulma-yorulma kırılması (kopması)

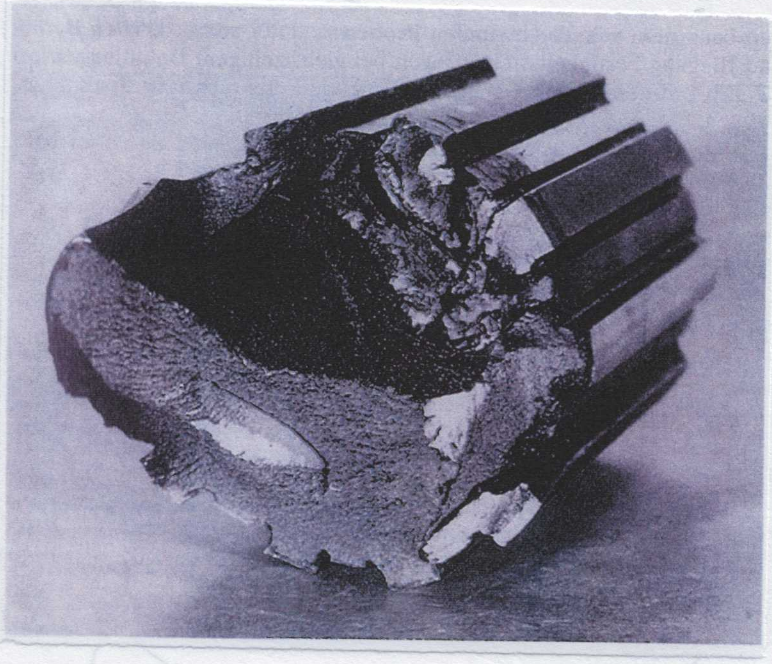
A: İlk kırılma, dış yüzey üzerindeki hatalı veya çentikli yerde oluşur.

B: Giderek artan yorulma kırılma bölgesi.

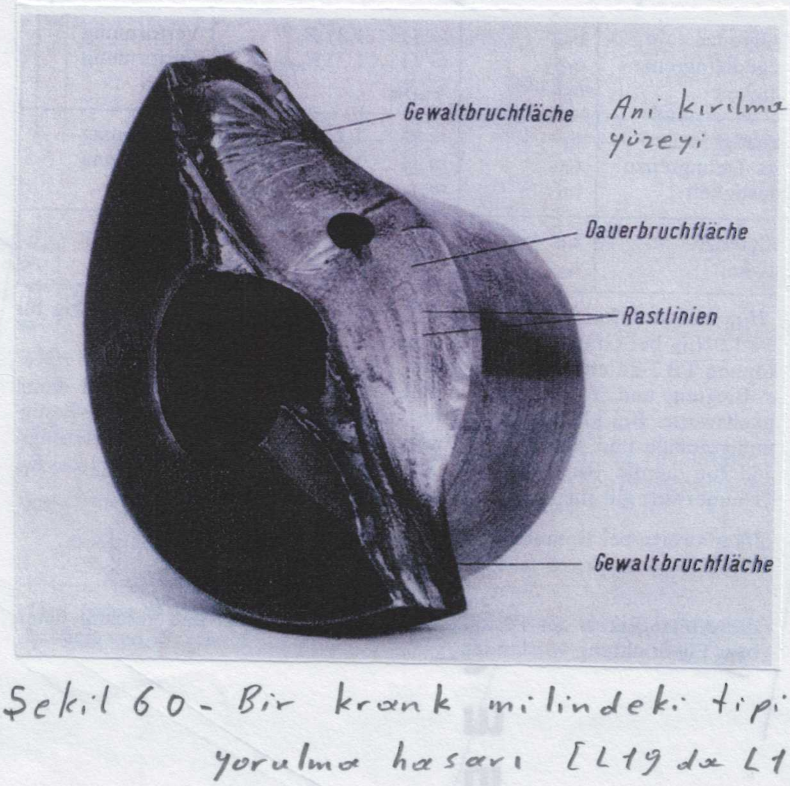
C: Son kırılma bölgesi (Ani kırılma)

• Roloff/Matek [L19 da L17]:

Ani kırılma ve yorulma kırılması ile ilgili şekiller aşağıda verilmiştir.



Şekil 59 - Kamalı bir milde ani kırılma [L19 da L17].



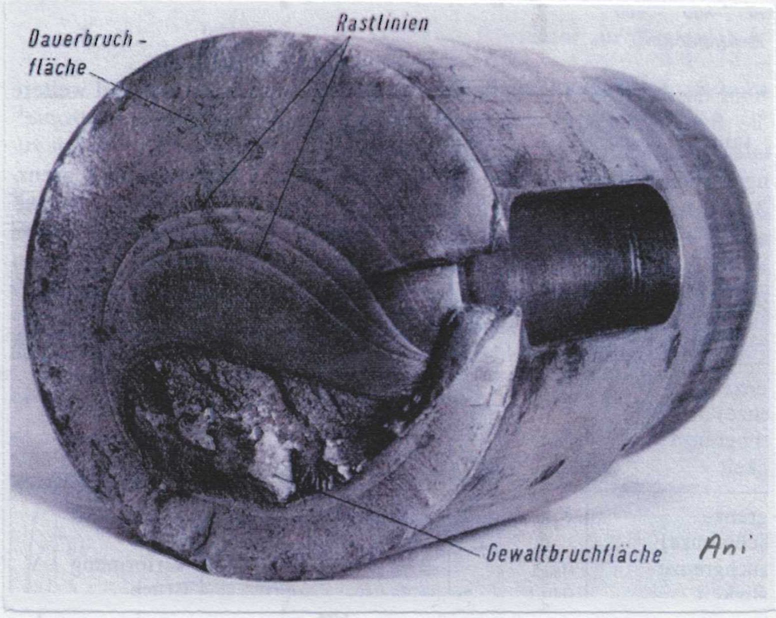
Yorulma kırılma yüzeyi

ilerleme çizgileri

Ani kırılma yüzeyi

Şekil 60 - Bir krank milindeki tipik yorulma hasarı [L19 da L17].

Yorulma kırılma yüzeyi ilerleme çizgileri



Ani kırılma yüzeyi

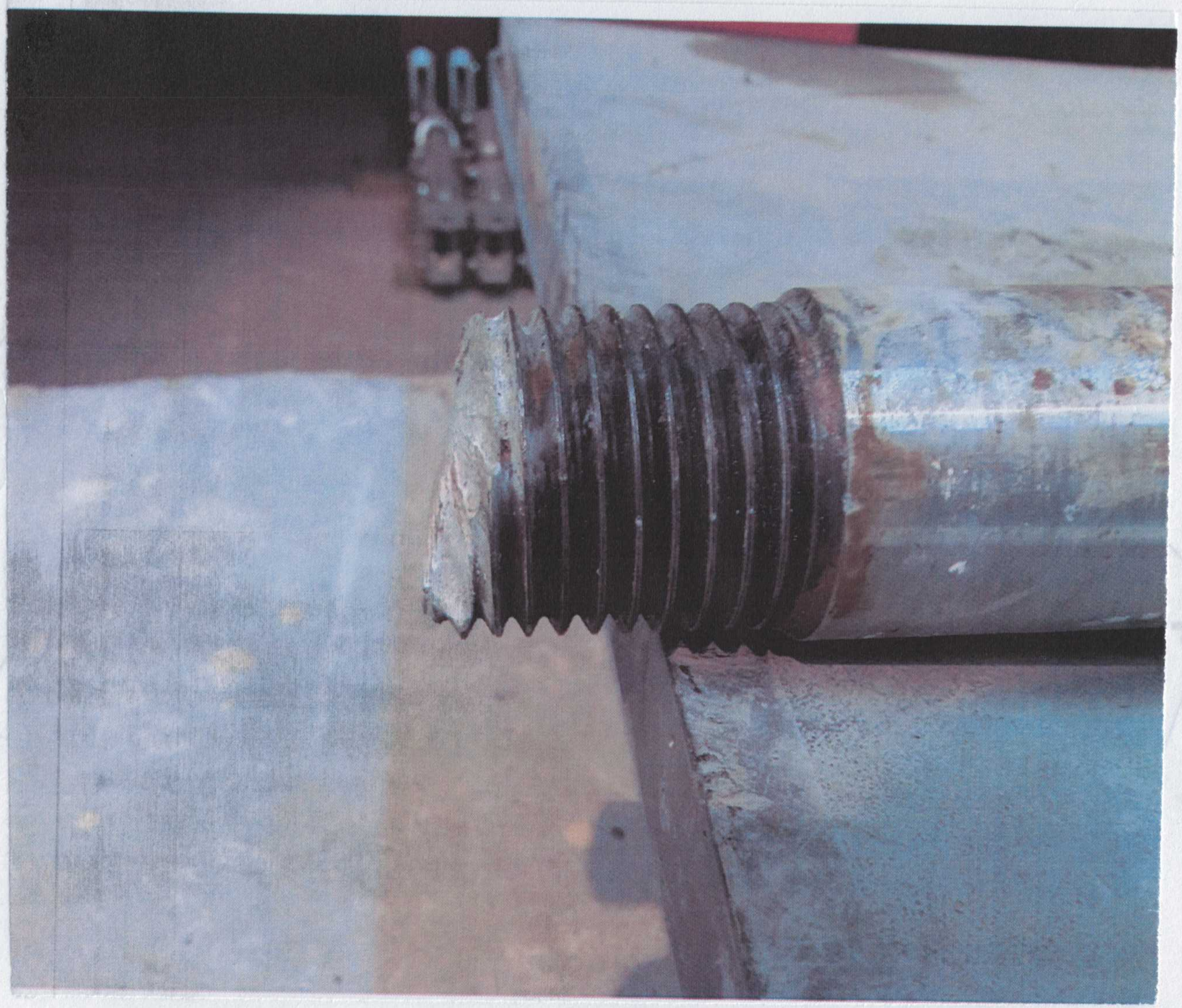
Şekil 61 - Bir pinyon milindeki tipik yorulma hasarı [L19 da L17].

- Murat ULUSOY [L 11] :

Bir saplamada oluşan yorulma kırılması ve yorulma kopma yüzeyi Şekil 62 ve Şekil 63'te gösterilmiştir.

Şimdi Şekil 63'ü biraz irdeleyelim:

- Yorulma olayı genellikle parça dış yüzeylerindeki çok küçük çatlaklarla başlar ki bu çatlaklar çoğunlukla gerilme yığılmalarının oluştuğu çentiklerin bulunduğu bölgelerdir.
- Oluşan bu çatlaklar kesitte sürekli olarak veya adım adım (zamanla) yayılarak büyür ve giderek derinleşir.



Şekil 62- Bir saplamada yorulma kırılması [L11].

Şekil 63_ Bir saplamada yorulma kopma yüzeyi [L11].

— Çatlaklar ve dolayısıyla yorulma olayı çok ilerleyince, geriye kalan kesit artık yükü taşıyamaz ve yorulma kopması gerçekleşir.

— Kopma yüzeyi incelenirse, yüzeyde ince taneli pürüzsüz bir kopma yüzeyi ve kaba taneli derin yarıklı son kopma bölgesi birbirinden iyice ayrılmış olarak görülebilir.

— En dıştaki koyu renkli halka şeklindeki kısım, zorlanmaya çalışmamış olan vida dişinin yüzeyini gösterir. Buna göre çatlak, vida diş dibinden başlamıştır.

Vida diş dibindeki bu çatlağın veya çentiğin olmaması için saplama vidasının d, d_3 ve d_2 çapları özellikle d_3 $(=d_1)$ diş dibi çapı toleranslı olarak işlenmelidir. Çok büyük hassasiyet gerektiren durumlarda:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Tolerans sınıfı ... : İnce (i)} \\ \text{Tolerans kalitesi : 4g, 4h}\end{array}\right\}$$

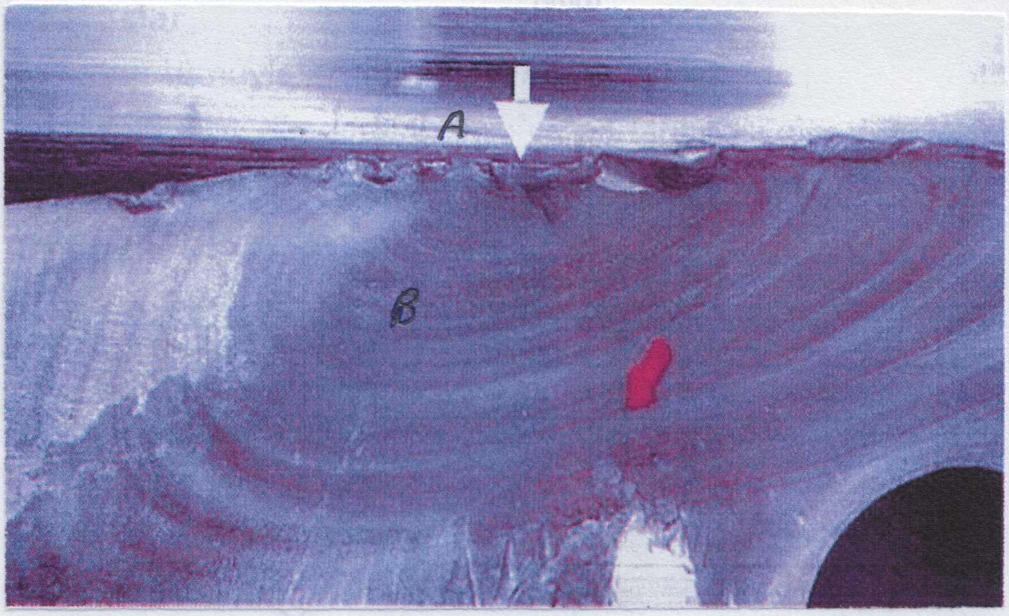
olmalıdır [L 19 Sayfa: 66].

Bu arada bir bilgi daha verelim. Saplama vida bitiminin şekillendirilmesi ve boyutlandırılmasına çok dikkat edilmelidir. [L19] Sayfa: 196'ya bakınız.

Yorulma kırılmasını (kopmasını) internetten alınan üç resim ile tamamlıyalım.

Şekil 64- Yorulma kopma yüzeyi [internet]

Şekil 65- Yorulma kırılma yüzeyi [internet]



Şekil 66- Kopma yüzeyi [internet]
A: Yorulma odağı
B: Yorulma bölgesi
(Şekil 51 ve Şekil 53'ü inceleyiniz)

2-) Ek-2 : Diferansiyel denklemler.

Konumuz olmamakla beraber, mühendislik hayatımızda her zaman kullanabileceğimiz özellikteki bazı diferansiyel denklemler ile ilgili çözümlü örnekler aşağıda verilmiştir.

a) Sabit katsayılı homojen lineer diferansiyel denklemler [L18] ;

• $y'' + 3y' + 2y = 0$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz.

$y = e^{rx}$ şeklinde aranan çözüm

$$y' = r e^{rx} \, , \; y'' = r^2 e^{rx} \quad \left(\frac{d}{dx}(e^u) = e^u \frac{du}{dx} = u' e^u \right)$$

$$r^2 e^{rx} + 3 r e^{rx} + 2 e^{rx} = 0$$

Karakteristik denklem

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$r_{12} = \frac{-3 \mp \sqrt{9-8}}{2} = \frac{-3 \mp 1}{2}$$

$$r_1 = -2 \; , \; r_2 = -1$$

iki bağımsız çözüm

$$y = e^{-2x} \text{ ve } y = e^{-x}$$

Genel çözüm;

$$y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x}$$

dır.

13/5/18

• $y'' - 5y' + 6y = 0$ çözümü.

$y = e^{rx}$ aranan çözüm

$y' = re^{rx}$

$y'' = r^2 e^{rx}$

$r^2 e^{rx} - 5re^{rx} + 6e^{rx} = 0$

$r^2 - 5r + 6 = 0$

$r_1 = 2, \; r_2 = 3$

$y = e^{2x}, \; y = e^{3x}$ iki bağımsız çözüm

$y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$ Genel çözüm.

• $y'' + 4y' + 4y = 0$ çözümü

$y = e^{rx}$ ile

$r^2 + 4r + 4 = 0$

$(r+2)^2 = 0$

$r_1 = r_2 = -2$

Denklemin kökleri eşit olduğundan, buradan

genel çözüm

$y = (c_1 + c_2 x)\, e^{-2x}$

dır.

S : 214

- $y''' + y'' = 0$ Genel çözümü

$$r^3 + r^2 = 0 \rightarrow r^2(r+1) = 0$$

$$r_1 = r_2 = 0$$

$$r_3 = -1$$

$$y = (c_1 + c_2 x) e^{0x} + c_3 e^{-x}$$

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 e^{-x}$$

olur.

- $y'' - 6y' + 13y = 0$ Genel çözümü.

Verilen denklemin karakteristik denklemi

$$r^2 - 6r + 13 = 0$$

$$r_{12} = \frac{6 \mp \sqrt{36 - 4 \cdot 13}}{2} = \frac{6 \mp \sqrt{-16}}{2}$$

$$r_{12} = \frac{6 \mp 4i}{2}$$

$$r_1 = 3 - 2i$$

$$r_2 = 3 + 2i$$

Genel çözümü,

$$y = C_1 e^{(3-2i)x} + C_2 e^{(3+2i)x}$$

$$y = C_1 e^{3x} \cdot e^{-2ix} + C_2 e^{3x} \cdot e^{2ix}$$

$$y = e^{3x}\left(C_1 e^{-2ix} + C_2 e^{2ix}\right)$$

$$\left.\begin{aligned} e^{ikx} &= \cos kx + i \sin kx \\ e^{-ikx} &= \cos kx - i \sin kx \end{aligned}\right\}$$

$$y = e^{3x}\left[C_1(\cos 2x - i \sin 2x) + C_2(\cos 2x + i \sin 2x)\right]$$

$$y = e^{3x}\left(\mathcal{C}_1 \cos 2x + \mathcal{C}_2 \sin 2x\right)$$

bulunur. Burada

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{C}_1 &= C_1 + C_2 \\ \mathcal{C}_2 &= (C_2 - C_1) \cdot i \end{aligned}\right\} \text{dir.}$$

• $y'' + 4y' + 6y = 0$ Genel çözümü.

Verilen denklemin karakteristik denklemi

$$r^2 + 4r + 6 = 0$$

$$r_{12} = \frac{-4 \mp \sqrt{16 - 24}}{2} = -2 \mp \sqrt{2}\, i$$

Genel çözüm

$$y = C_1 e^{(-2-\sqrt{2} i)x} + C_2 e^{(-2+\sqrt{2} i)x}$$

$$y = c_1 e^{-2x} e^{-\sqrt{2}ix} + c_2 e^{-2x} e^{\sqrt{2}ix}$$

$$y = e^{-2x} (c_1 e^{-\sqrt{2}ix} + c_2 e^{\sqrt{2}ix})$$

$$y = e^{-2x} \left[c_1 (\cos\sqrt{2}x - i \sin\sqrt{2}x) + c_2 (\cos\sqrt{2}x + i \sin\sqrt{2}x) \right]$$

$$y = e^{-2x} (C_1 \cos\sqrt{2}x + C_2 \sin\sqrt{2}x)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 + c_2 &= C_1 \\ (c_2 - c_1) i &= C_2 \end{aligned} \right\} \text{dır.}$$

- $y'' - 5y' + 4y = 0$

$$\left. \begin{aligned} y(0) &= 0 \\ y'(0) &= 6 \end{aligned} \right\}$$

başlangıç değer problemini çözünüz.

Verilen denklemin karakteristik denklemi

$$r^2 - 5r + 4 = 0$$

$$r_1 = 1, \quad r_2 = 4$$

genel çözüm

$$y = c_1 e^{x} + c_2 e^{4x}$$

olur. Verilen başlangıç değerlerinden

$$y(0) = 0 \rightarrow 0 = c_1 + c_2$$

$$y' = c_1 e^{x} + 4c_2 e^{4x}$$

$$y'(0) = 6 = c_1 + 4c_2$$

$$\left.\begin{aligned} c_1 + 4c_2 &= 6 \\ c_1 + c_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} c_2 &= 2 \\ c_1 &= -2 \end{aligned}$$

$$y = -2e^{x} + 2e^{4x}$$

bulunur.

S.: 216

- $y^{(6)} + 4y^{(4)} = 0$ Genel çözümünü bulunuz.

$$r^6 + 4r^4 = 0$$

$$r^4(r^2+4) = 0$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0$$

$$r_5 = -2i$$

$$r_6 = 2i$$

Genel çözüm

$$y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3 + c_5 \cos 2x + c_6 \sin 2x$$

olur

- $y^{(4)} + 8y'' + 16y = 0$ Genel çözümü

$$r^4 + 8r^2 + 16 = 0$$

$$(r^2+4)^2 = 0$$

$$r_1 = r_2 = -2i$$

$$r_3 = r_4 = 2i$$

Genel çözüm,

$$y = (C_1 + C_2 x)\cos 2x + (C_3 + C_4 x)\sin 2x$$

olur.

S : 217

• $y^{(4)} + 4y = 0$ Genel çözümü

$$r^4 + 4 = 0$$

$$r^2 = 2i$$

$$r^2 = -2i$$

$$r^2 = 2i = (1+i)^2$$

$$r_1 = 1+i$$

$$r_2 = -1-i$$

$$r^2 = -2i = (1-i)^2$$

$$r_3 = 1-i$$

$$r_4 = -1+i$$

Genel çözüm,

$$y = (C_1\cos x + C_2\sin x)e^{-x} + (C_3\cos x + C_4\sin x)e^{x}$$

bulunur.

b) Sabit katsayılı homojen olmayan lineer diferansiyel denklemler [L18];

S : 221

• $y'' + 3y' + 2y = 2x^2$ Genel çözümü

Önce,

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

homojen denkleminin genel çözümünü bulalım.

Homojen denklemin karakteristik denklemi

$y = e^{rx}$ ile,

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$r_1 = -2$$
$$r_2 = -1$$

Homojen denklemin genel çözümü

$$y_h = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x}$$

dır. Şimdi verilen denklemin bir özel çözümünü bulalım. Denklemin sağ tarafı ikinci dereceden bir polinom olduğundan

$$y_p = ax^2 + bx + c$$

olarak seçip gerekli türevleri alalım

$$y_p' = 2ax + b$$

$$y_p'' = 2a$$

verilen denklemde yerine konursa

$$2a + 3(2ax+b) + 2(ax^2 + bx + c) = 2x^2$$

$$2ax^2 + (6a+2b)x + 2a + 3b + 2c = 2x^2$$

$$2a = 2$$
$$6a + 2b = 0$$
$$2a + 3b + 2c = 0$$

$$a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = \frac{7}{2}$$

bulunur. Buradan,

$$y_p = x^2 - 3x + \frac{7}{2}$$

olur. Buradan verilen denklemin genel çözümü,

$$y = y_h + y_p$$

$$y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} + x^2 - 3x + \frac{7}{2}$$

olarak bulunur.

- $y'' - y = \sin x$ diferansiyel denkleminin genel çözümünü bulunuz

Homojen denklemin genel çözümü,

$$y'' - y = 0$$

$$r^2 - 1 = 0$$

$$r_1 = -1 \, , \, r_2 = 1$$

$$y_h = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x}$$

dır. Verilen denklemin özel çözümü

Denklemin sağ tarafı trigonometrik olduğundan

$$y_p = a \cos x + b \sin x$$

seçilerek

$$y_p' = -a \sin x + b \cos x$$

$$y_p'' = -a \cos x - b \sin x$$

verilen denklemde yazılırsa,

$$(-a\cos x - b\sin x) - (a\cos x + b\sin x) = \sin x$$

$$-2a\cos x - 2b\sin x = \sin x$$

$$\left.\begin{array}{l} -2a = 0 \\ -2b = 1 \end{array}\right\} \quad a = 0 \;,\; b = -\frac{1}{2}$$

$$y_p = -\frac{1}{2}\sin x$$

Genel çözüm,

$$y = y_h + y_p$$

$$y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{x} - \frac{1}{2}\sin x$$

olur.

- $y'' + 3y' + 2y = e^{2x}$ Genel çözümü

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

$$r^2 + 3r + 2 = 0$$

$$r_1 = -2 \;,\; r_2 = 1$$

Homojen denklemin genel çözümü

$$y_h = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{x}$$

dır. Verilen denklemin özel çözümü, Denklemin sağ tarafı üstel olduğundan

$$y_p = a e^{2x}$$

seçilerek,